



Aplicação da Teoria dos Feixes ao caso concreto da Ilha de Porto Santo

Jorge Teixeira Pinto



Sumário:

- Razão de ser deste trabalho;
- Teoria dos Feixes;
- Descrição das Observações;
- Estratégias de Cálculo/Soluções;
- Conclusões.



Razão de ser deste trabalho:

- **Testar a teoria num caso concreto que apresenta alguma abundância de observações;**
- **Preconizar metodologias de Observação e Cálculo;**



Data U.S. Navy
Image © 2009 DigitalGlobe

©2009 Google





Teoria dos Feixes

Equações Básicas:

$$\varepsilon = \xi \cos \alpha + \eta \operatorname{sen} \alpha \quad [A]$$

ε - desvio da vertical segundo o azimute α

ξ - componente NS do desvio da

vertical η - componente EW do desvio da

vertical



$$\varepsilon + \omega = Z - Z' \quad [B]$$

ε - desvio da vertical segundo o azimute α

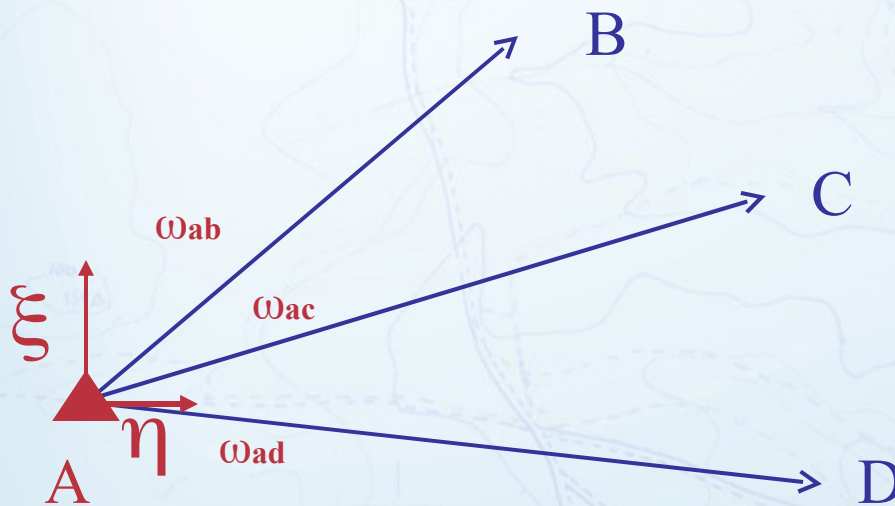
ω - refração vertical da visada

Z - zenital deduzida do vector GPS

Z' - zenital observada com o teodolito



Suponhamos que de uma dada estação A se visam, em estrela, **três** pontos, B, C e D:



Temos como incógnitas:

- desvio em A, nas suas componentes NS e EW; **2 incógnitas**;
- refrações de cada uma das visadas; **3 incógnitas**.



Suponhamos, por um momento, que conheço os valores verdadeiros das refrações envolvidas. Logo posso estabelecer relações do tipo:

$$\omega_{ab}/\omega_{ac}$$

Então o feixe A(B;C;D) permite construir o seguinte sistema de três equações a três incógnitas:

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi \cos \alpha_{ab} + \eta \sin \alpha_{ab} + C_1 \omega_{ab} = Z_{ab} - Z'_{ab} \\ \xi \cos \alpha_{ac} + \eta \sin \alpha_{ac} + C_2 \omega_{ab} = Z_{ac} - Z'_{ac} \\ \xi \cos \alpha_{ad} + \eta \sin \alpha_{ad} + C_3 \omega_{ab} = Z_{ad} - Z'_{ad} \end{array} \right. \quad [D]$$

Com $C_1=1$; $C_2= \omega_{ac}/\omega_{ab}$; $C_3= \omega_{ad}/\omega_{ab}$

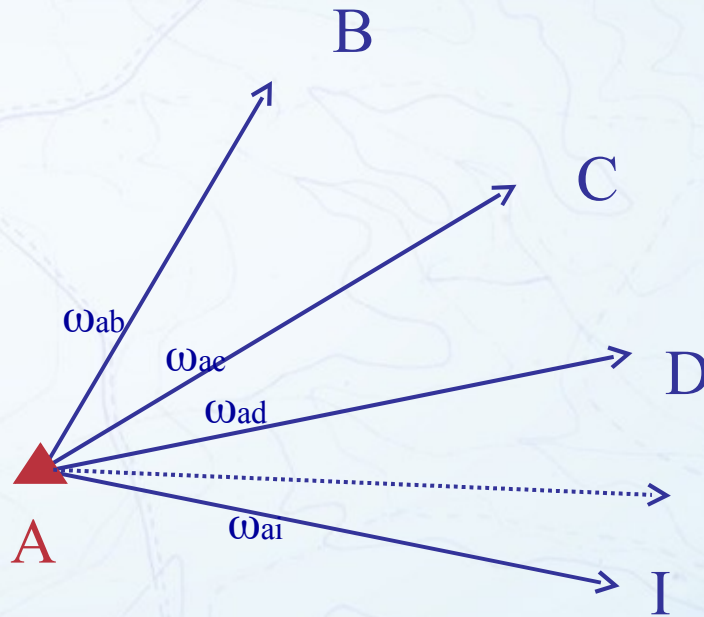
A bondade da solução do sistema [D] fica inteiramente dependente da bondade com que forem avaliados os coeficientes c_i , ou seja, tudo depende da avaliação da grandeza relativa de cada uma das refrações contra uma delas que é escolhida como Padrão:

$$c_i = \omega_i / \omega_1$$

Mas se tiver super abundância de visadas....



Mas se tiver abundância de visadas....



O Sistema fica Sobredeterminado atenuando-se a incerteza da solução devida à incerteza das relações $c_i = \omega_i / \omega_1$



O factor crítico da teoria dos feixes consiste na correcta avaliação dos quocientes ω_i/ω_1 .

Para isso há que garantir que as Observações Zenitais, realizadas em cada estação

➤ Sejam feitas no menor intervalo de tempo possível, para garantir, o mais possível, que a Atmosfera é a **mesma** para todo o feixe.



Requisitos observacionais que convém observar:

- O erro do índice do instrumento deve ser residual;
- As alturas do Instrumento, i , e do Alvo, o , devem ser iguais para evitar erros de redução: $i = o$;
- A altura das antenas GPS deve manter-se constante e ser igual nas duas estações extremas;
- Visar alvos bem definidos, de preferência retro iluminados;
- Se possível*, realizar observações recíprocas e simultâneas;
- Medir os parâmetros atmosféricos: temperatura, pressão, humidade relativa;
- Anotar a data e hora da observação.

* não pondo em causa a condição base de cada feixe ser feito numa única sessão.



Resumo dos Pressupostos da Teoria dos Feixes

- Os feixes devem ter **três ou mais** distâncias Zenitais;
- Assume-se a **mesma** Atmosfera durante a observação de cada feixe;
- Para cada Zenital Vertical tem de existir a **contra-parte** Zenital Normal* (a deduzir do vector GPS**).

* De preferência deduzida directamente do vector e não das coordenadas da rede;

** Em zonas tectonicamente estáveis não é obrigatório realizar a observação Zenital e GPS ao mesmo tempo.



As Observações Zenitais no Porto Santo

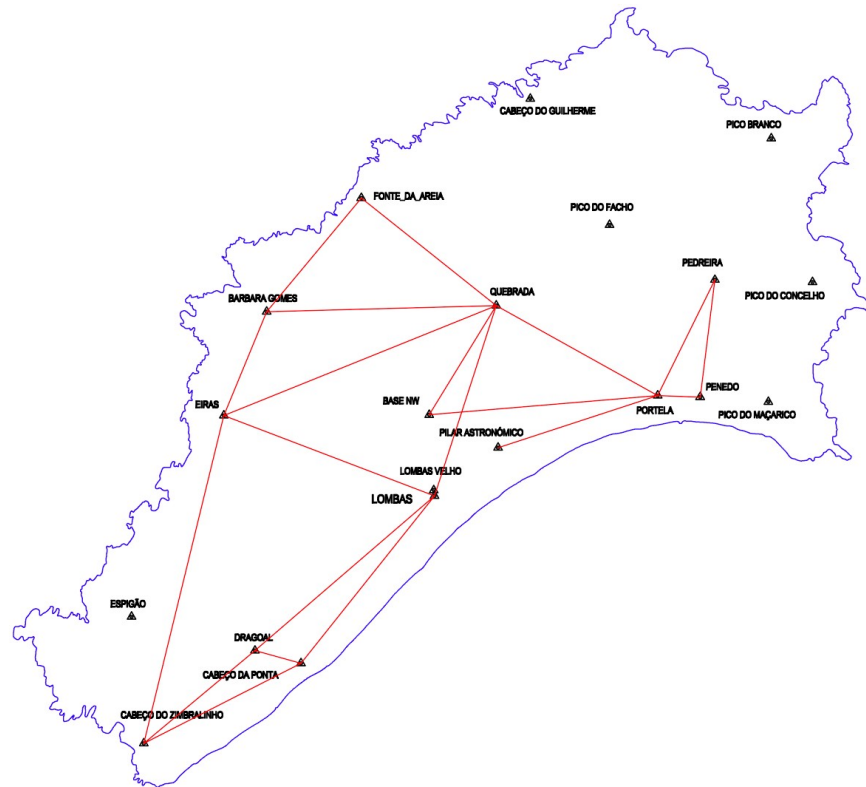
- **Instrumentos:**
 - **Teodolitos T3000, 0,5'';**
 - **Termómetros, 0,2°C; Psicrómetros;**
Barómetros aneróides;
 - **Alvos: não.**
- **Tipo de observações: Recíprocas e Simultâneas (as observações não foram concebidas para testar a teoria dos feixes).**
- **Observadores cuidadosos e experimentados.**



Observações Zenitais no Porto Santo

ILHA DO PORTO SANTO

ZENITAIS RECÍPROCAS E SIMULTÂNEAS - 2004



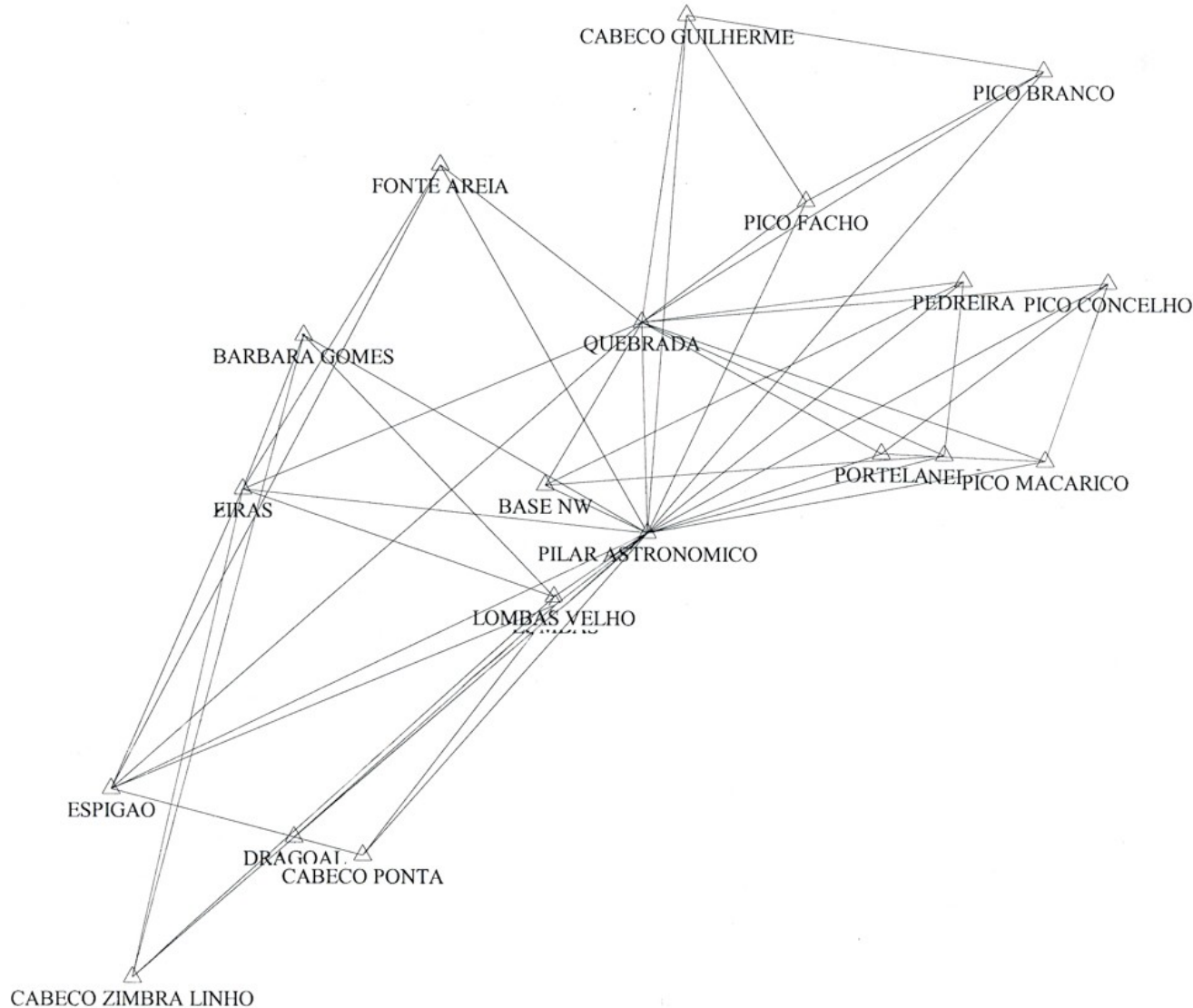


As Observações GPS no Porto Santo

- **Instrumentos:**
 - **Receptores Trimble de dupla frequência;**
 - **Antenas Geodésicas;**
- **Tipo de observações: estáticas, 1h30**
- **Processamento: pos-processamento com órbitas de precisão;**
- **Rede ajustada em bloco em ITRF93**



Observações GPS no Porto Santo





Adequação das Observações Zenitais e GPS no Porto Santo à luz da Teoria dos Feixes 1/2

- 1. As Zenitais, em cada estação, não foram realizadas à mesma hora e, por vezes, foram observadas em dias diferentes;**
- 1. Algumas estações só com 2 Zenitais;**
- 1. Só uma pequena parte das Zenitais tem contra-parte GPS directa;**
- 1. De modo geral a condição $i=0$ não se observa;**
- 1. As alturas das antenas GPS não se mantêm constantes;**
- 1. Os sensores atmosféricos não foram contrastados.**



Adequação das Observações Zenitais e GP no Porto Santo à luz da Teoria dos Feixes 2/2

- 1. Zenitais feitas a horas ou dias diferentes enfraquecem o pressuposto Atmosférico;**
- 1. Feixes com menos de 3 direcções obrigam a calcular, se os quisermos aproveitar, a rede em conjunto, e não em Feixe Isolado;**
- 1. Zenitais sem contra-parte GPS directa obrigam a deduzir a Zenital Normal das coordenadas da rede;**
- 1. $i \neq 0$ implica redução das zenitais;**
- 1. Antenas GPS com alturas variáveis potenciam enganar;**
- 1. Sensores não contrastados podem induzir em erros.**



Estratégias de Cálculo:

1. Feixes Isolados;

1. Rede com Refracção padrão única;

1. Rede sem refracção.

(Dado não existir confiança nos parâmetros

atmosféricos os coeficientes c_i ($c_i = \omega_i / \omega_1$) não foram

estimados usando o modelo esférico da Atmosfera mas sim

pelas relações d_i/d_1 das distâncias envolvidas)

Nota: previamente houve que calcular as Zenitais

Normais a partir das coordenadas ajustadas da rede, e

os azimutes das direcções correspondentes às zenitais.



Estratégias de Cálculo:

1. Feixes Isolados

Quadro 1 – Componentes do desvio da Vertical e refração padrão

Estação	ξ''	η''	ref. padrão para:	ω''
Bárbara Gomes	-13,8±2,4	21,7±5,6	Fonte Areia =	-7,5±1,4
Cabeço da Ponta	-12,6±2	7,4±0,8	Zimbralinho =	2,5±0,6
Dragoal	-14,6±1,5	7,5±0,7	Zimbralinho =	4,3±0,3
Eiras	-7,1±0,8	5,3±1,4	Bárbara Gomes =	4,1±0,1
Lombas	-13,9±0,8	17,5±2	Cabeço da Ponta =	6,2±0,7
Portela	-15±1,3	19,3±0,6	Estação Astro. =	2,5±0,5
Quebrada	-14,3±0,7	10,7±0,5	Portela =	1,8±0,3
Zimbralinho	-18,8±23,5	10,9±1,8	Eiras =	2,4±22,3



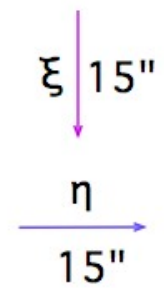
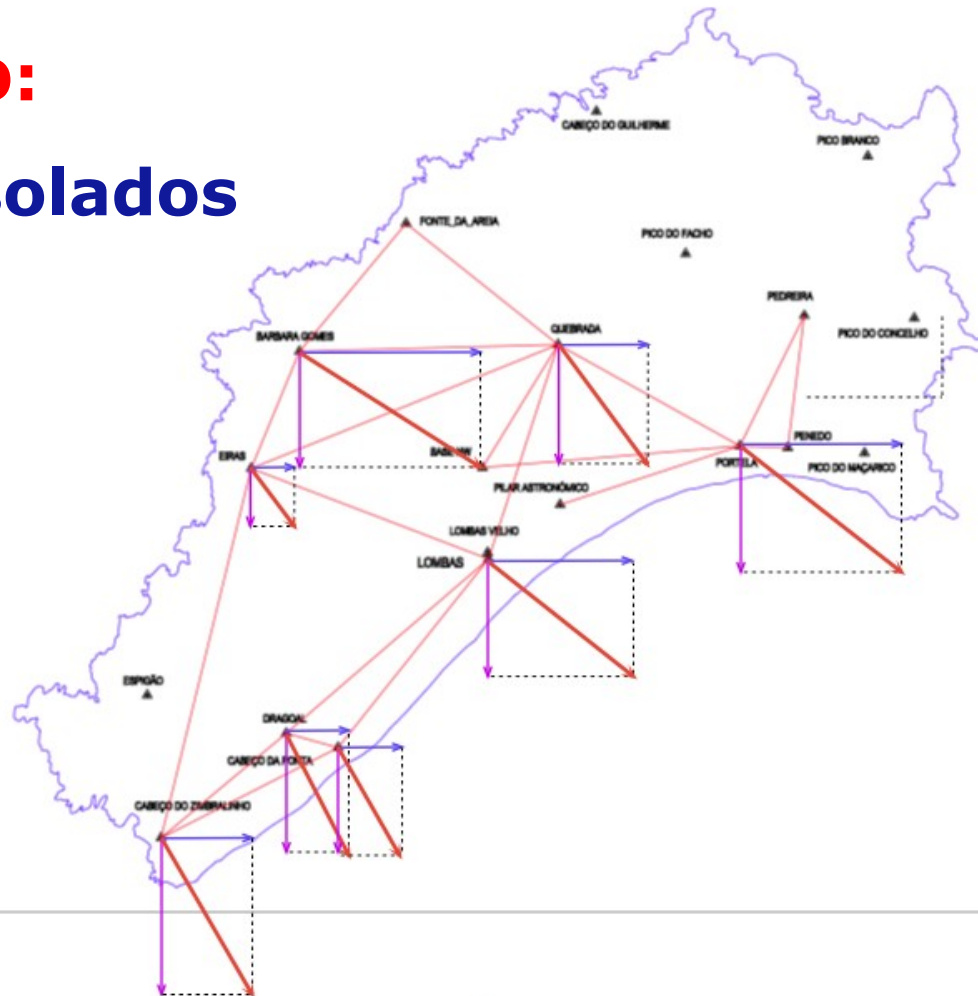
ILHA DO PORTO SANTO
ZENITAS RECÍPROCAS E SIMULTÂNEAS - 2004

Componentes do Desvio da Vertical

Solução: Feixes Isolados

Estratégias de Cálculo:

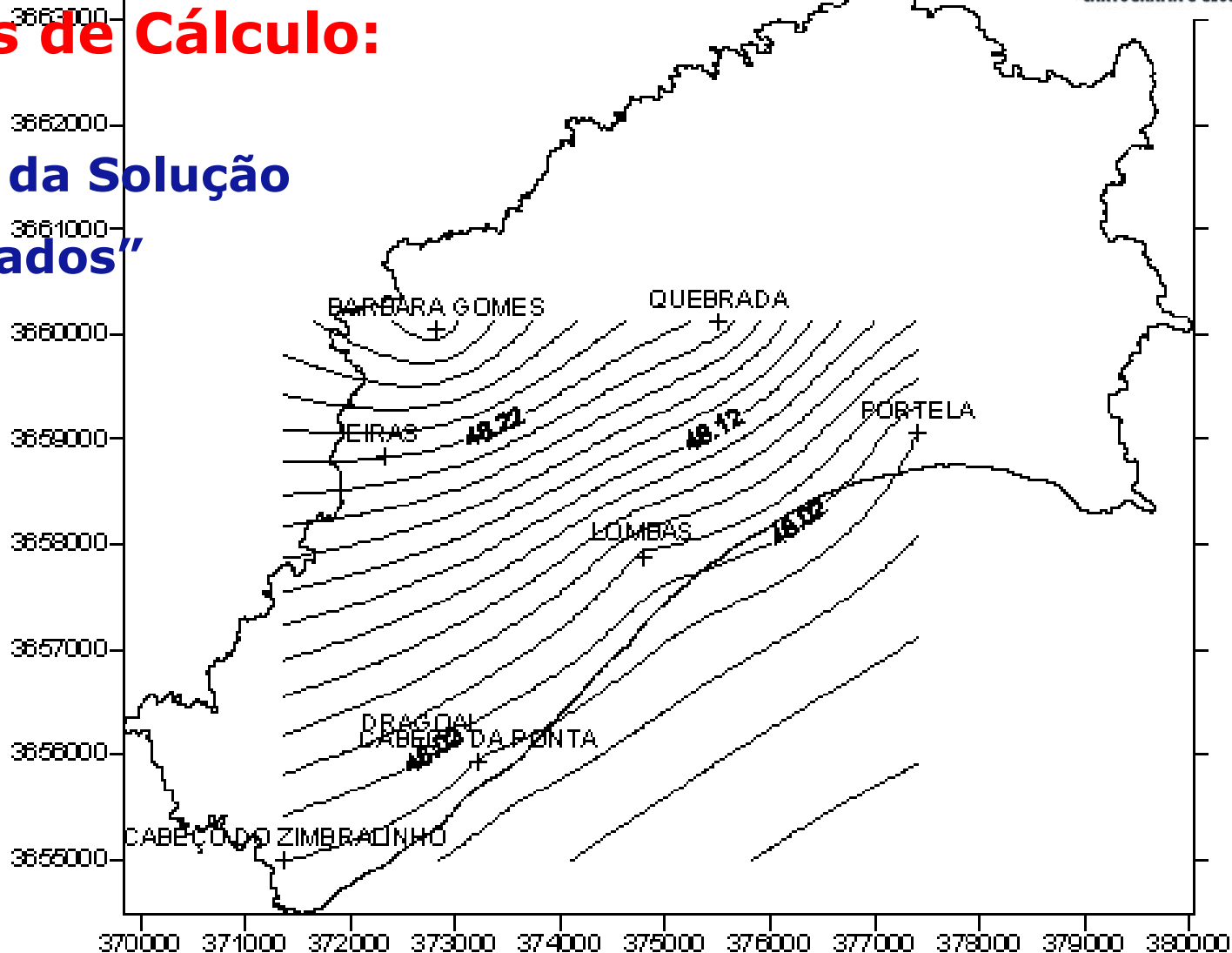
1. Feixes Isolados





Estratégias de Cálculo:

1. Isolinhas da Solução "Feixes Isolados"





Estratégias de Cálculo:

2. Refracção única e 3. Sem Refracção

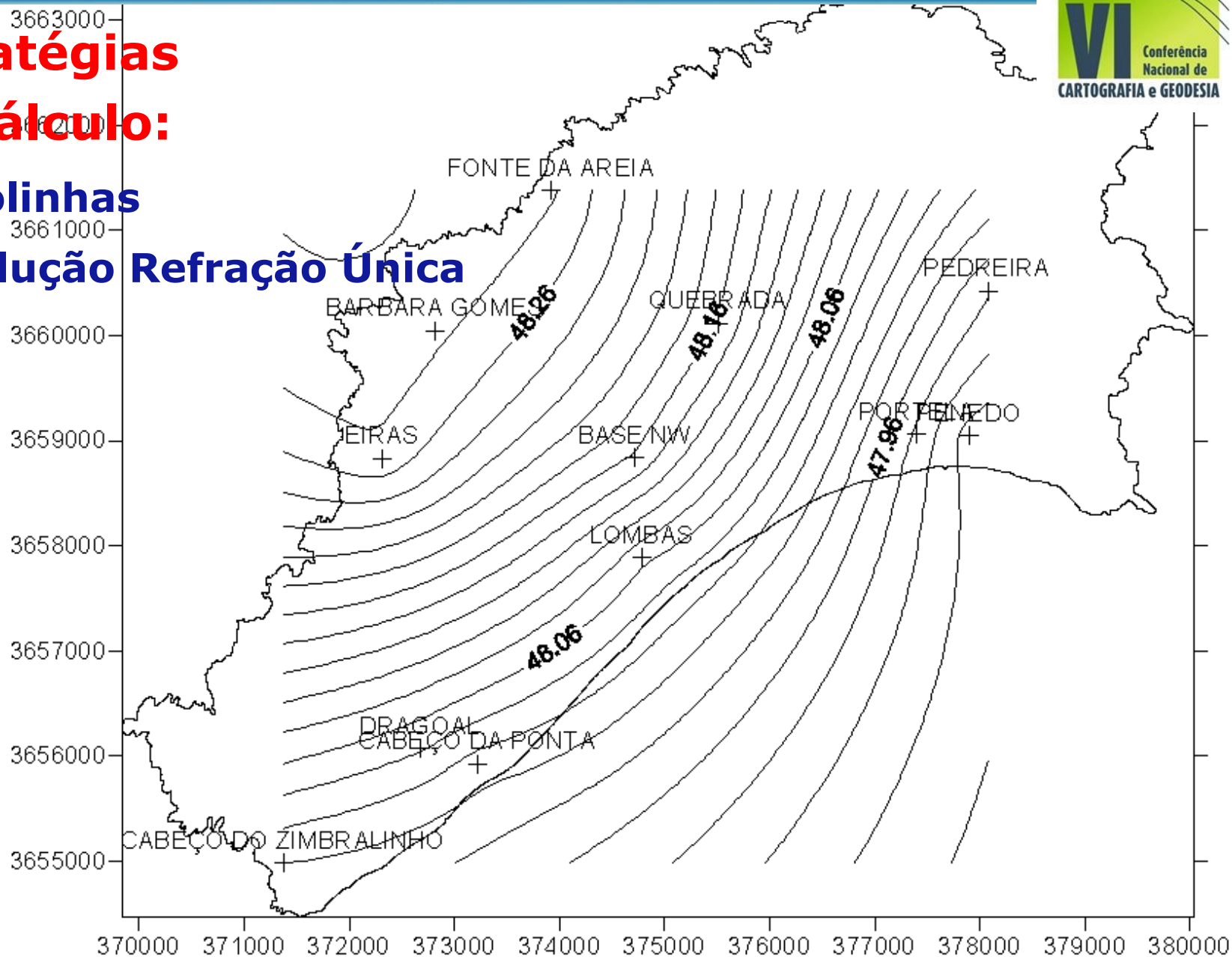
Quadro 2 – Componentes do desvio da Vertical

Estação	ξ''	η''	ξ''	η''
	Ref. única	Ref. única	Sem Ref.	Sem Ref.
Fonte de Areia	-2,2±1,1	9,4±1	-7,7±1	10,4±1
Pedreira	-10,5±1,8	25,2±17	-9,8±1,9	16,6±16,7
Penedo	-10,1±1	23,4±1	-7,1±1	22,5±1
Portela	-17,3±1	19,4±0,4	-13,1±1	16,9±0,3
Quebrada	-12,2±0,5	13,2±0,3	-16±0,4	9,4±0,3
Base NW	-11,7±1,9	10,7±1,3	-11,4±1,9	16,3±1,2
Bárbara Gomes	-2,9±1,1	1,7±1,1	-6,4±1	8,2±1
Eiras	-10,3±0,6	11,2±0,8	-14,5±0,5	18,2±0,6
Lombas	-14,1±0,6	14,4±0,9	-11,5±0,6	7,3±0,7
Cabeço da Ponta	-11,5±1,5	7,2±0,6	-7,3±1,4	5±0,6
Dragoal	-14,6±1,5	7,6±0,7	-14,3±1,5	8,8±0,7
Zimbralinho	-24,6±1,7	11,34±1,6	-16,5±1,4	10,7±1,6



Estratégias de Cálculo:

3. Isolinhas da solução Refração Única





Estratégias de Cálculo:

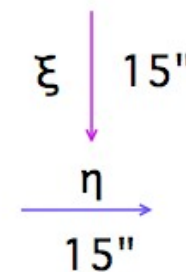
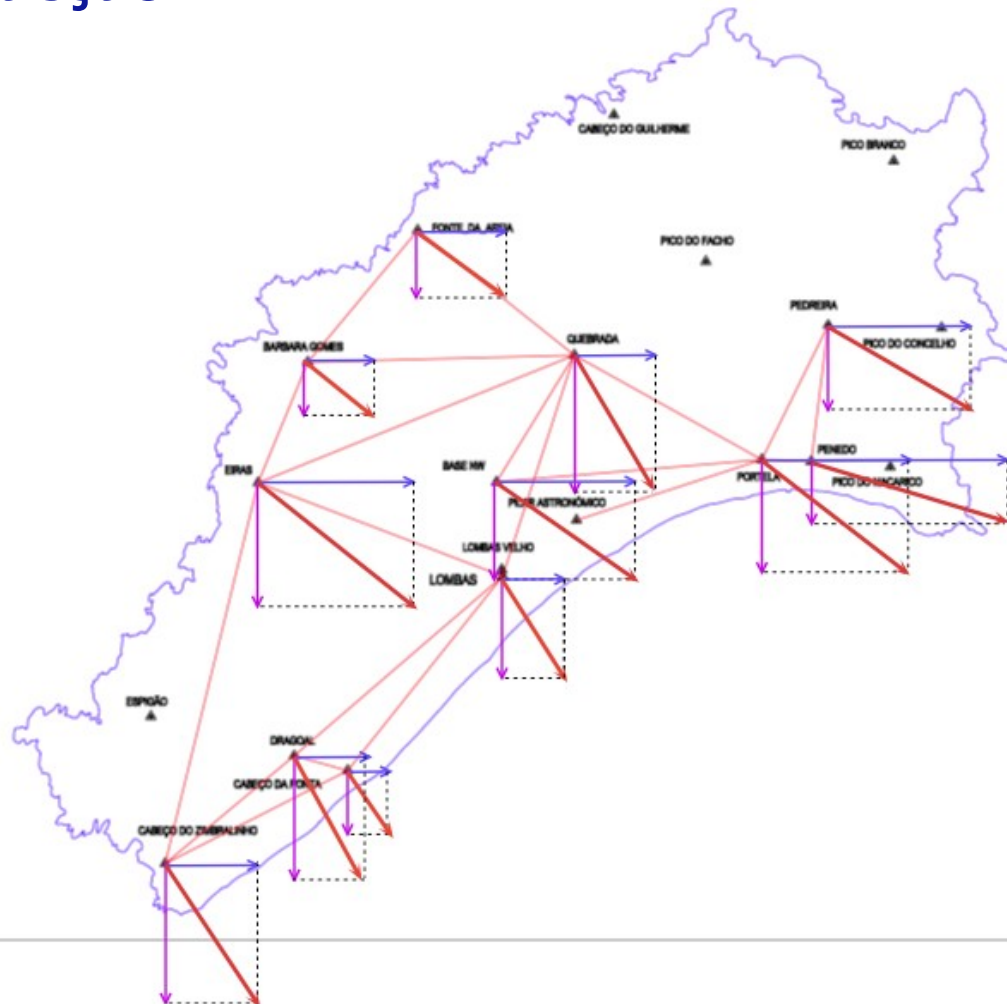
3. Sem Refracção

ILHA DO PORTO SANTO

ZENITHS RECÍPROCAS E SIMULTÂNEAS - 2004

Componentes do Desvio da Vertical

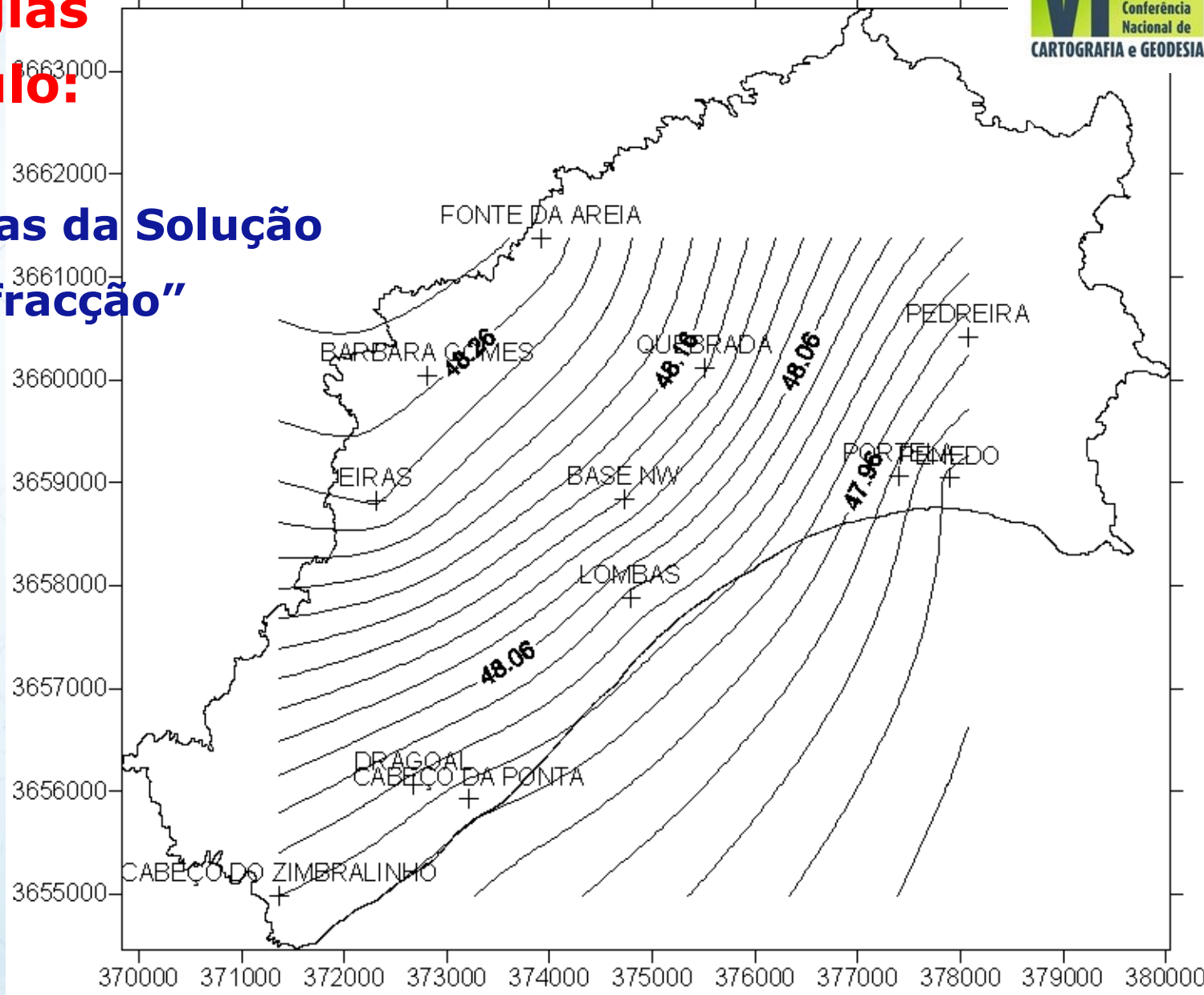
Solução: Sem Refracção





Estratégias de Cálculo:

3. Isolinhas da Solução "Sem Refracção"



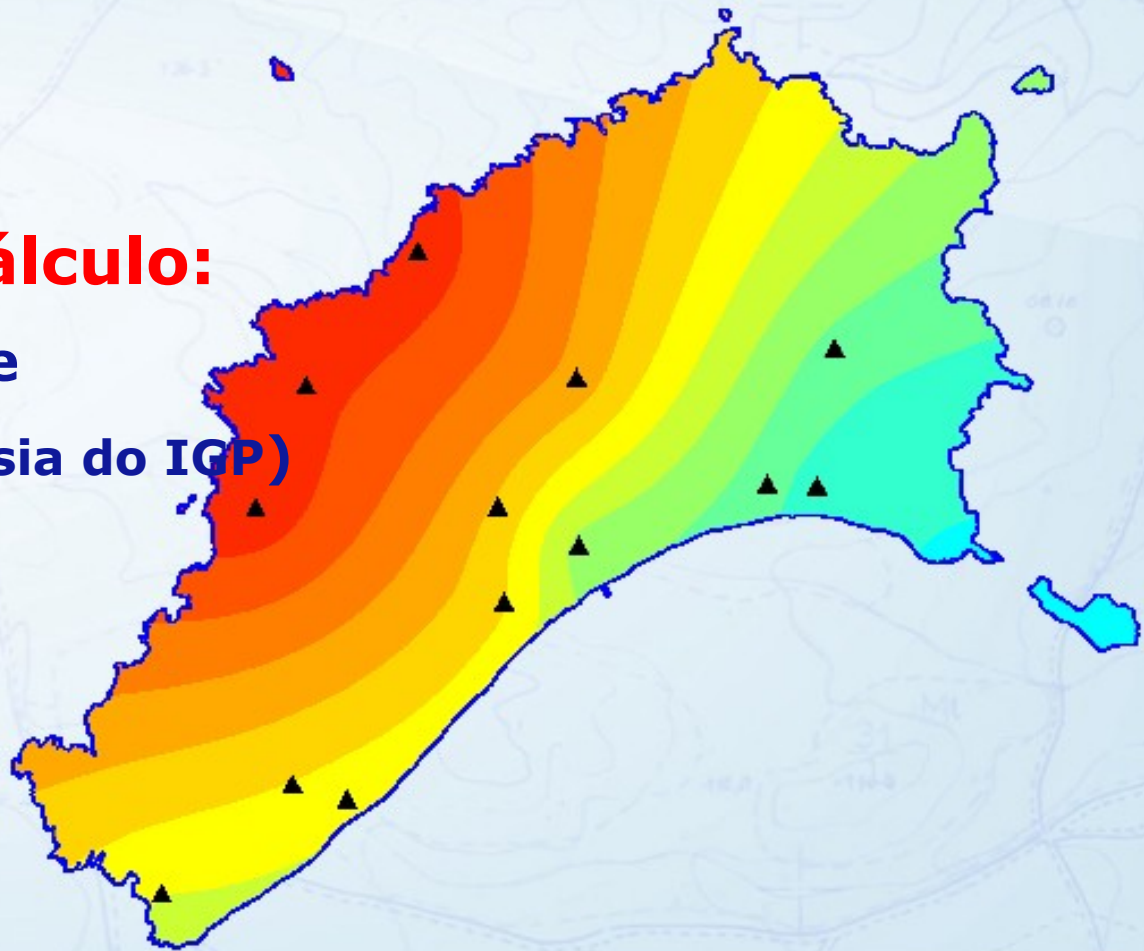


Altimetria

Estratégias de Cálculo:

Modelo de Superfície

(da Divisão de Geodesia do IGP)



Modelo de Superfície da Ilha de Porto Santo



Estratégias de Cálculo:

Controlo

Quadro 3 – Erros de Fecho em mm

Polígono	Zenitais recíprocas	Feixes isolados	Rede Ref. única	Rede Sem Refr.
Fonte Areia-Quebrada-Bárbara Gomes	42	-	9	33
Pedreira-Penedo-Portela	37	-	4	8
Quebrada-Portela-Base NW	14	-	32	29
Quebrada-Bárbara Gomes-Eiras	24	102	22	45
Quebrada-Eiras-Lombas	6	23	0,2	21
Lombas-Dragoal-Cabeço da Ponta	2	1	13	13
Dragoal-Cabeço da Ponta-Zimbralinho	6	12	8	3
Lombas-Dragoal-Zimbralinho-Eiras	70	20	52	98



Conclusões:

- 1. A Teoria dos Feixes, mesmo aplicada a observações que não satisfazem os seus pressupostos, conduz a resultados muito satisfatórios.**
- 1. Para garantir menores incertezas nos valores determinados há que empregar técnicas observacionais de grande qualidade;**
- 1. Em regiões tectonicamente estáveis podem utilizar-se observações Zenitais antigas com GPS recentes (caso de Portugal Continental).**



Agradecimentos:

- 1. À equipa que realizou as observações;**
- 1. À Divisão de Geodesia do IGP, pela cedência das observações;**
- 1. A Gustavo Bivar Pinto Lopes pelos seus cálculos das zenitais recíprocas e simultâneas;**
- 2. À eng^a Helena Ribeiro pelos seus ensinamentos na utilização do "Surfer".**



Obrigado pela Vossa Atenção.